

Министерство образования и науки Украины
Севастопольский национальный технический
университет



МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

**Задания и методические рекомендации
к выполнению контрольных работ №1, №2 по дисциплине
«Сигналы и процессы в радиотехнике»**

**для студентов направления 0907 — радиотехника
заочной формы обучения**

**Севастополь
2005**

Методические указания «Задания и методические рекомендации к выполнению контрольных работ по дисциплине «Сигналы и процессы в радиотехнике» / Сост. Ю.Б. Гимпилевич, И.В. Таньков. — Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2005. — 24 с.

Целью методических указаний является оказание помощи студентам заочной формы обучения в выполнении плановых контрольных работ по дисциплине «Сигналы и процессы в радиотехнике», а также в освоении основных теоретических разделов дисциплины и приобретении навыков в практических расчетах и анализе характеристик радиотехнических сигналов и цепей.

Методические указания рассмотрены и утверждены на заседании кафедры радиотехники (протокол № 14 от 19.05.05 г.).

Допущено учебно-методическим центром СевНТУ в качестве методических указаний

Рецензент: кандидат технических наук, доцент Зиборов С.Р.

СОДЕРЖАНИЕ

| | |
|------------------------------------------------------------------|----|
| Введение | 4 |
| 1. Правила оформления контрольных работ | 5 |
| 2. Контрольные работы | 6 |
| 2.1. Контрольная работа №1 | 6 |
| 2.1.1. Вопрос №1 | 6 |
| 2.1.2. Задача №1 | 6 |
| 2.1.3. Задача №2 | 8 |
| 2.1.4. Вопрос №2 | 9 |
| 2.1.5. Задача №3 | 9 |
| 2.1.6. Задача №4 | 10 |
| 2.2. Контрольная работа №2 | 10 |
| 2.2.1. Вопрос №1 | 10 |
| 2.2.2. Задача №1 | 11 |
| 2.2.3. Вопрос №2 | 11 |
| 2.2.4. Задача №2 | 12 |
| 2.2.5. Вопрос №3 | 13 |
| 2.2.6. Задача №3 | 14 |
| 3. Методические рекомендации к выполнению контрольных работ..... | 15 |
| 3.1. Контрольная работа №1 | 15 |
| 3.2. Контрольная работа №2 | 21 |
| Библиографический список | 24 |

ВВЕДЕНИЕ

Дисциплина «Сигналы и процессы в радиотехнике» посвящена изучению теории радиотехнических сигналов и основных радиотехнических процессов.

В результате изучения дисциплины студент *должен знать*:

- классификацию и математические модели сигналов;
- основные характеристики детерминированных и случайных сигналов;
- основы спектрального и корреляционного анализа детерминированных и случайных сигналов;
- основы теории дискретных сигналов;
- методы преобразования сигналов в линейных и нелинейных цепях;
- основные радиотехнические процессы: усиление, фильтрация, модуляция, выпрямление, детектирование, преобразование частоты и др.;
- принципы генерирования гармонических сигналов;
- принципы построения цифровых фильтров;
- методы борьбы с шумами и помехами;
- методы построения согласованных фильтров.

В результате изучения дисциплины студент *должен уметь*:

- рассчитывать спектральные и временные характеристики аналоговых и дискретных сигналов, а также случайных процессов;
- рассчитывать частотные и временные характеристики линейных радиотехнических цепей;
- оценивать искажения детерминированных сигналов при прохождении их через линейные и нелинейные цепи;
- рассчитывать статистические характеристики случайных процессов на выходе линейных и нелинейных цепей.

В настоящих методических рекомендациях приведены основные понятия дисциплины, знание которых необходимо для усвоения физической стороны излагаемых в теоретическом курсе процессов. Перед решением задач студент *должен* кратко ответить на теоретические вопросы.

1. ПРАВИЛА ОФОРМЛЕНИЯ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

1.1. По первой части дисциплины «Сигналы и процессы в радиотехнике» выполняются две контрольные работы.

1.2. Выбор исходных данных производится по двум последним цифрам зачетной книжки (Y — предпоследняя цифра, X — последняя).

1.3. Каждая контрольная работа выполняется в виде отдельного документа (в ученической тетради, либо на листах белой бумаги формата А4).

1.4. При выполнении контрольных работ необходимо применять средства вычислительной техники для проведения расчетов, построения графиков и компьютерной верстки материалов.

1.5. При оформлении контрольных работ необходимо ссылаться на bibliографические источники. Ссылки даются в квадратных скобках: $[n]$, где n — порядковый номер источника в bibliографическом списке, который оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ 7.1-84 и приводится в конце каждой работы.

1.6. Расчеты должны сопровождаться подробными пояснениями и выкладками, а ответы на теоретические вопросы должны быть краткими и содержать суть излагаемого материала.

2. КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

2.1. Контрольная работа №1

«Спектральный анализ сигналов»

2.1.1. Вопрос №1

Дать определение спектра сигнала по Фурье. Структура спектра периодического сигнала и метод его расчета. Структура спектра непериодического сигнала и метод его расчета.

2.1.2. Задача №1

Рассчитать спектр периодической последовательности импульсов, изображенной на рис. 2.1. Построить спектрограммы амплитуд и начальных фаз. Определить эффективную ширину спектра. Исходные данные приведены в таблице 2.1.

Таблица 2.1 — Исходные данные для расчета спектра периодического сигнала

| | |
|---------------------------------|-------------|
| Номер сигнала на рис. 2.1 | $(X + 1)$ |
| $E, В$ | $10(X + 1)$ |
| Период $T, мкс$ | $10(Y + 1)$ |
| Сквозность (где необходимо) N | $(X + 4)$ |

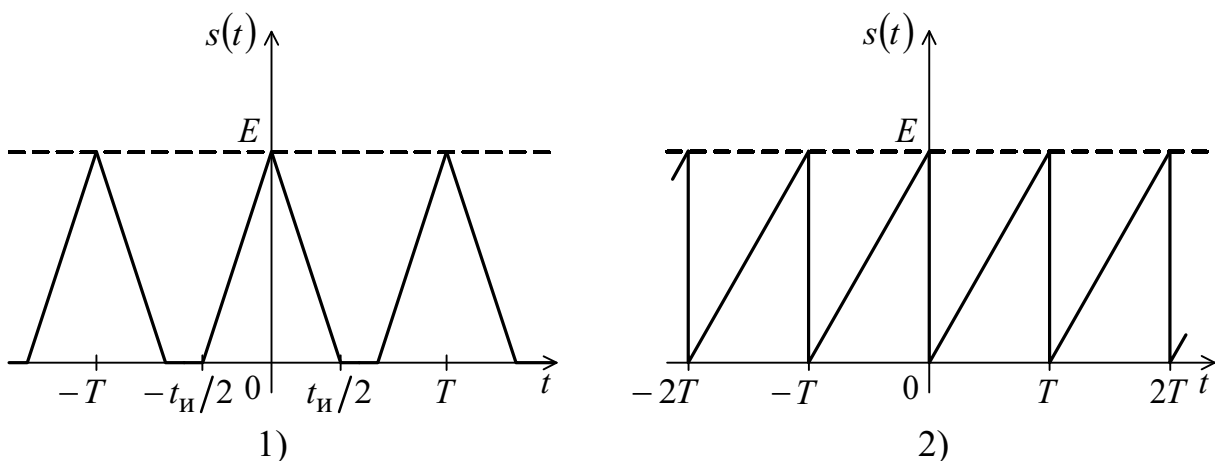


Рисунок 2.1 — Периодические сигналы к задаче №1

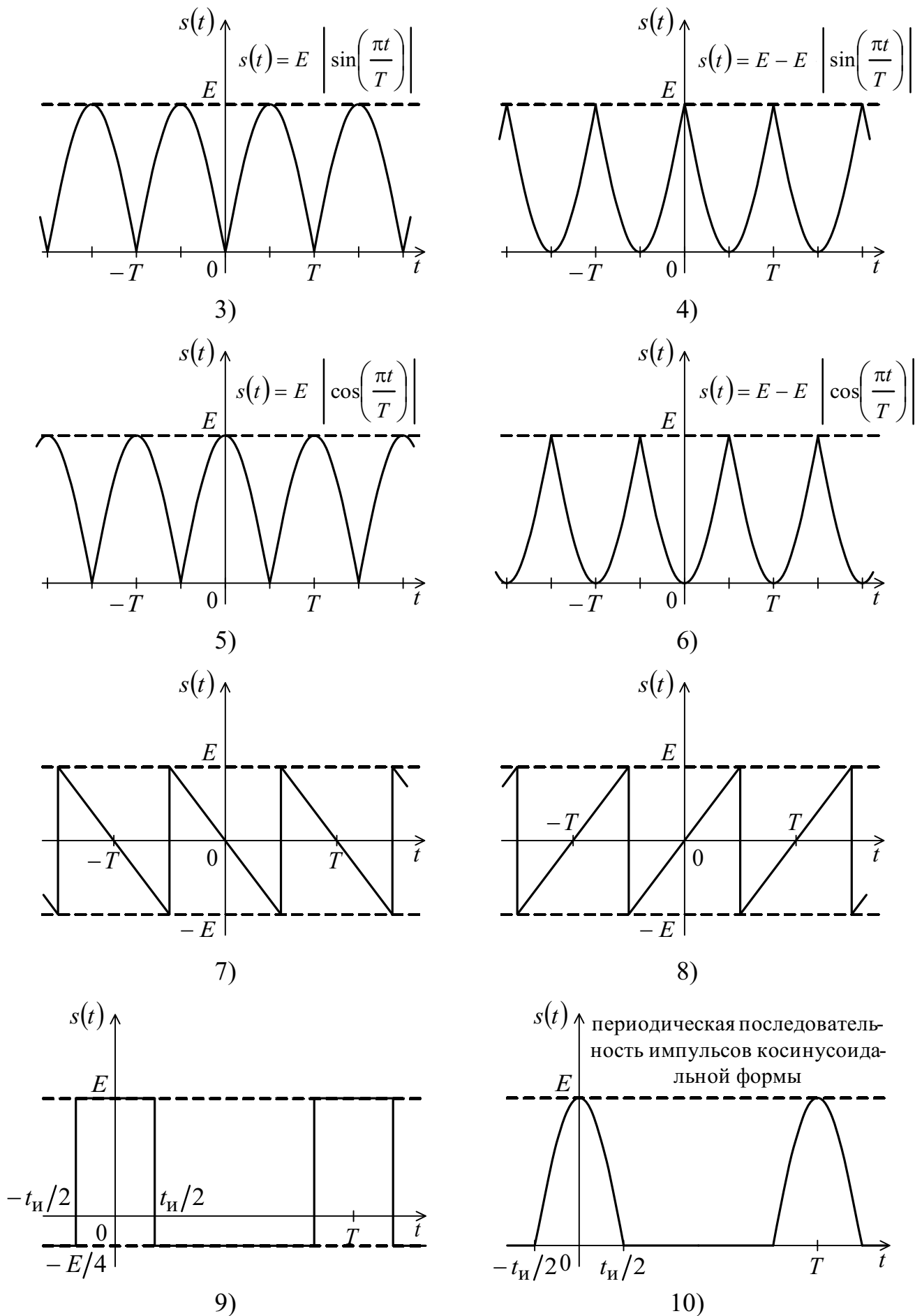


Рисунок 2.1 — Продолжение

2.1.3. Задача №2

Рассчитать спектральную плотность импульса, изображенного на рис. 2.2. Построить спектрограммы ее модуля и аргумента. Определить эффективную ширину спектра сигнала. Исходные данные приведены в таблице 2.2.

Таблица 2.2 — Исходные данные для расчета спектра непериодического сигнала

| | |
|---------------------------|-------------|
| Номер сигнала на рис. 2.2 | $(X + 1)$ |
| E, B | $10(Y + 1)$ |
| $t_1, \text{ мкс}$ | $(X + 1)$ |
| $t_2, \text{ мкс}$ | $4(Y + 1)$ |

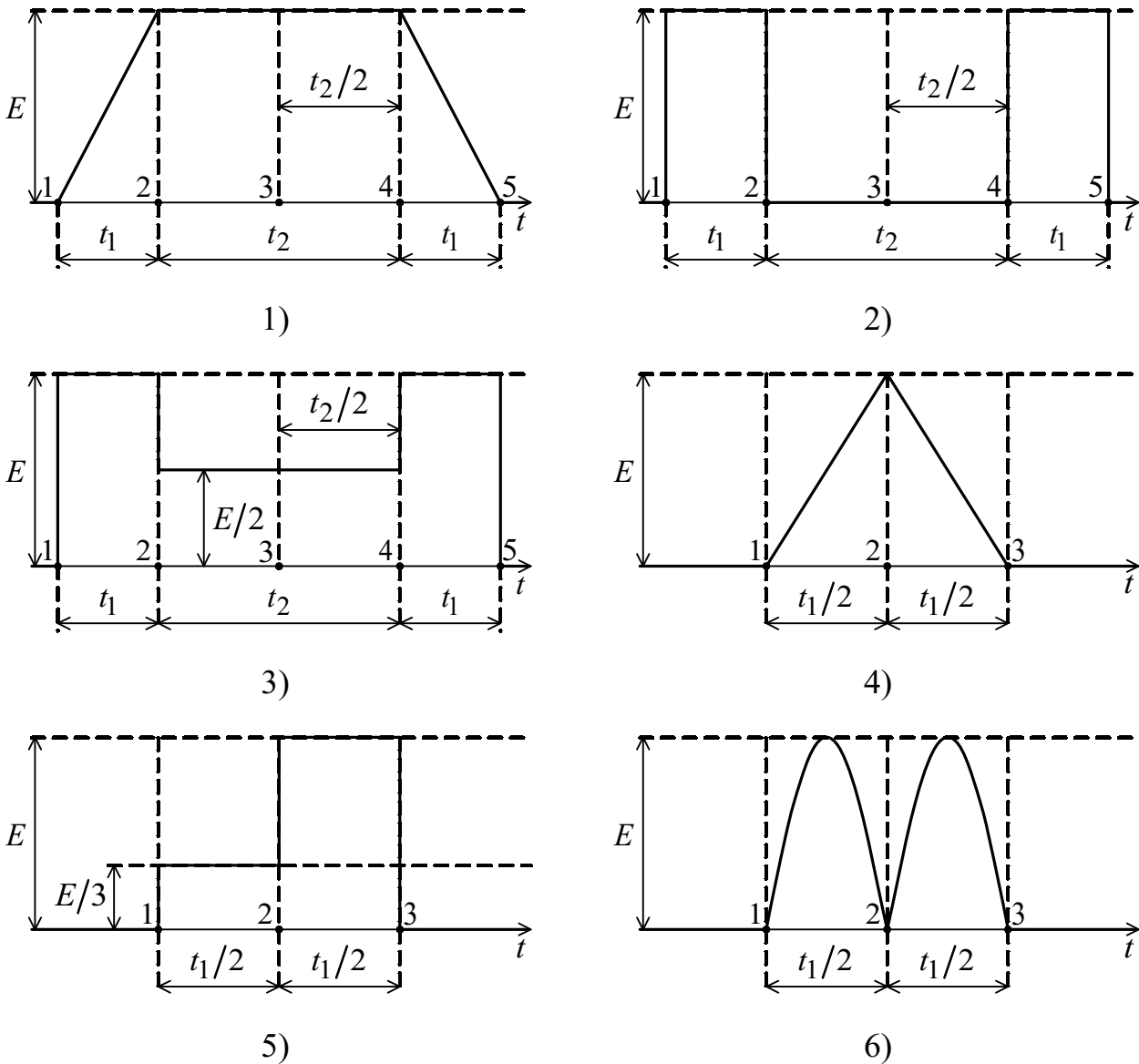


Рисунок 2.2 — Непериодические сигналы к задаче №2

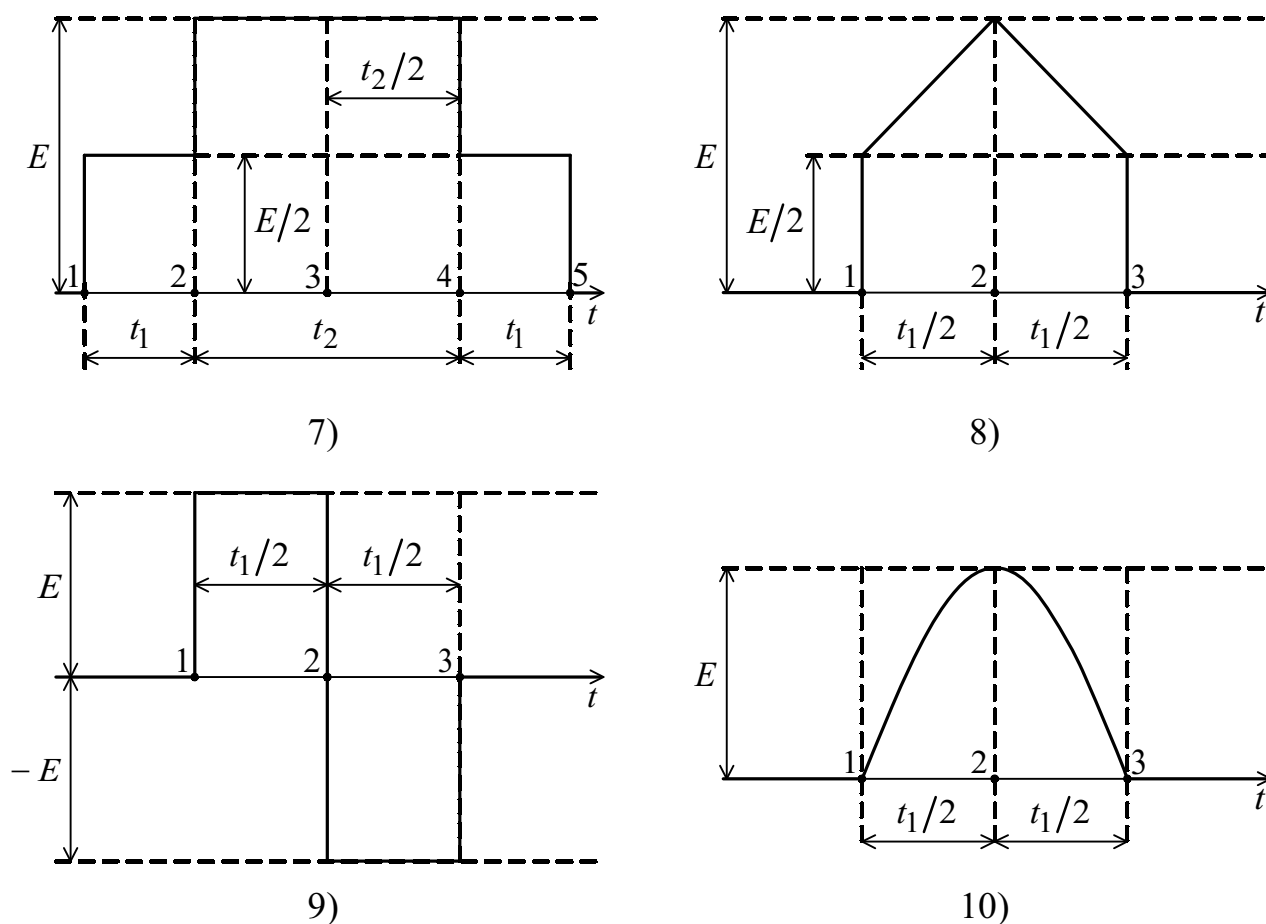


Рисунок 2.2 — Продолжение

Примечание — Сигналы 6 и 10 на рис. 2.2 представляют собой отрезки гармонических функций.

2.1.4. Вопрос №2

Дать определение радиосигнала. Основные виды модуляции. Понятие тональной и нетональной модуляций. Радиоимпульс и его отличия от видеоимпульса.

2.1.5. Задача №3

По исходным данным, приведенным в таблице 2.3, записать аналитическое выражение для радиосигнала с тональной амплитудной модуляцией (АМ). Построить временную, векторную и спектральную диаграммы. Определить значение огибающей $A(t)$ и мгновенное значение радиосигнала $a(t)$ в момент времени $t = 0$: $A(0)$, $a(0)$. Указать эти значения на временной и векторной диаграммах. Рассчитать ширину спектра радиосигнала.

Таблица 2.3 — Исходные данные для расчета характеристик АМ сигналов

| | |
|----------------------------------------------------|------------------|
| Амплитуда несущего колебания A_0 , В | $30(X + 1)$ |
| Несущая частота ω_0 , рад/сек | $2(Y + 1)10^6$ |
| Коэффициент модуляции M , % | $10(X + 1)$ |
| Частота модуляции Ω , рад/сек | $0,5(Y + 1)10^3$ |
| Начальная фаза несущего колебания θ_0 , рад | $(X - 4)\pi/4$ |
| Начальная фаза модулирующего колебания ν , рад | $(Y - 4)\pi/4$ |

2.1.6. Задача №4

По исходным данным, приведенным в таблице 2.4, записать аналитическое выражение для частоты, полной фазы и мгновенного значения радиосигнала с тональной угловой модуляцией (УМ). Вид модуляции: частотная (ЧМ), либо фазовая (ФМ) определяется номером варианта.

Определить максимальное и минимальное значения мгновенной частоты, а также девиацию частоты. Построить спектрограмму амплитуд и определить эффективную ширину спектра. Построить графики зависимостей $\omega(t)$, $\theta(t)$, $a(t)$.

Таблица 2.4 — Исходные данные к расчету характеристик сигнала с УМ

| | |
|----------------------------------------------------|----------------------------------------------|
| Амплитуда несущего колебания A_0 , В | $5(X + 1)$ |
| Несущая частота ω_0 , рад/сек | $10(Y + 1)10^6$ |
| Индекс модуляции m , рад | $2(X + 1)$ |
| Модулирующая частота Ω , рад/сек | $0,5(Y + 1)10^5$ |
| Начальная фаза несущего колебания θ_0 , рад | $(X - 4)\pi/4$ |
| Начальная фаза модулирующего колебания ν , рад | $(Y - 4)\pi/4$ |
| Вид модуляции | ЧМ для X — четного, ФМ для X — нечетного |

2.2. Контрольная работа №2

«Линейные радиотехнические цепи с постоянными параметрами»

2.2.1. Вопрос №1

Дать определение комплексного коэффициента передачи линейной цепи. АЧХ и ФЧХ линейной цепи. Понятие импульсной и переходной характеристик линейной

цепи. Взаимосвязь комплексного коэффициента передачи, импульсной и переходной характеристик.

2.2.2. Задача №1

Определить комплексный коэффициент передачи, АЧХ и ФЧХ четырехполюсника, изображенного на рис. 2.3. Построить АЧХ и ФЧХ. Дать качественный анализ схемы в области низких частот (НЧ) и высоких частот (ВЧ). Исходные данные приведены в таблице 2.5.

Таблица 2.5 — Исходные данные для расчета к задаче №1

| | |
|---------------|---------------|
| Вариант схемы | $(X + 1)$ |
| R , Ом | $(X + Y + 1)$ |
| L , мГн | $(X + 1)$ |
| C , нФ | $4(Y + 1)$ |

Таблица 2.6 — Элементы схемы к задаче №1

| Вариант схемы | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Элемент \underline{Z}_1 | C | R | L | R | C | L | C | L | L | L |
| Элемент \underline{Z}_2 | R | L | C | R | R | C | L | L | L | R |
| Элемент \underline{Z}_3 | L | R | L | L | R | R | R | R | C | R |
| Элемент \underline{Z}_4 | R | C | C | L | C | L | C | L | L | C |

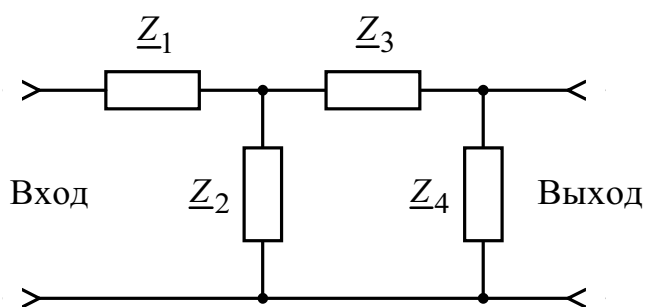


Рисунок 2.3 — Четырехполюсник к задаче №1

2.2.3. Вопрос №2

Изложить основы спектрального, операторного и временного методов расчета реакции линейной цепи на произвольное воздействие.

2.2.4. Задача №2

На вход электрической цепи, схема которой приведена на рис. 2.4, подан сигнал $s(t)$, изображенный на рис. 2.5. Найти выходной сигнал, используя операторный метод. Построить в одном масштабе (друг под другом) графики входного и выходного сигналов. Выходной сигнал рассчитать для двух значений параметра цепи: $\tau_1 = 1$ мс, $\tau_2 = 10$ мс. Сделать вывод о характере выходного процесса при больших и малых τ . Для сигналов 2, 3, 4 (рис. 2.5) положить $t_{и} = 5$ мс. Исходные данные приведены в таблице 2.7.

Примечания:

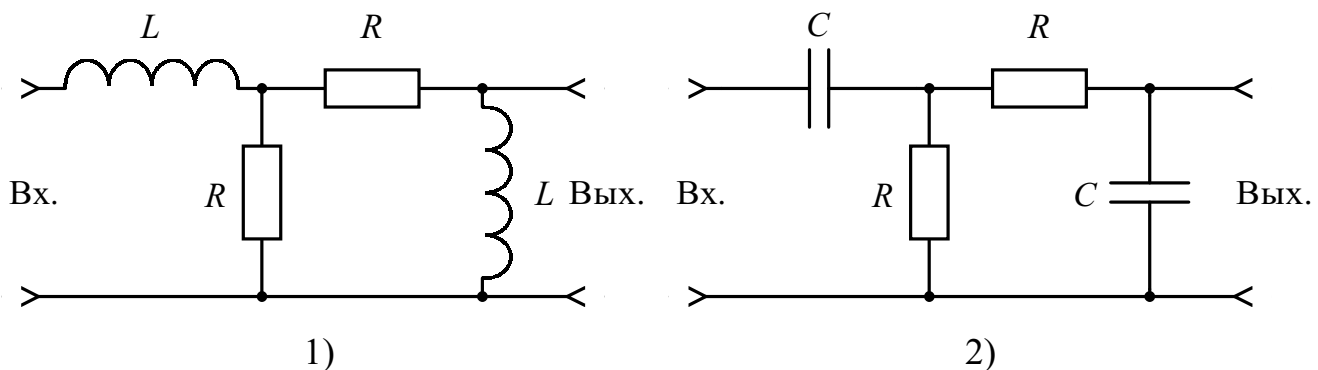
1. Параметр τ определяется для RL -цепи как L/R ; для RC -цепи как RC , для RLC -цепи как $2L/R$;
2. Переходной процесс в схеме, изображенной на рис. 2.4,4, считать колебательным (контур с высокой добротностью), выбрав $\omega_0 \gg \alpha$ ($\alpha = 1/\tau$ — коэффициент затухания).

Таблица 2.7 — Исходные данные к задаче №2

| | |
|-------------------------|-----------|
| Номер схемы на рис. 2.4 | $(X + 1)$ |
| Вариант сигнала | $(Y + 1)$ |

Таблица 2.8 — Вариант сигнала к задаче №2

| | | | | | | | | | | |
|---------------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| Вариант | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Номер сигнала на рис. 2.5 | 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 |

**Рисунок 2.4** — Схемы электрических цепей к задаче №2

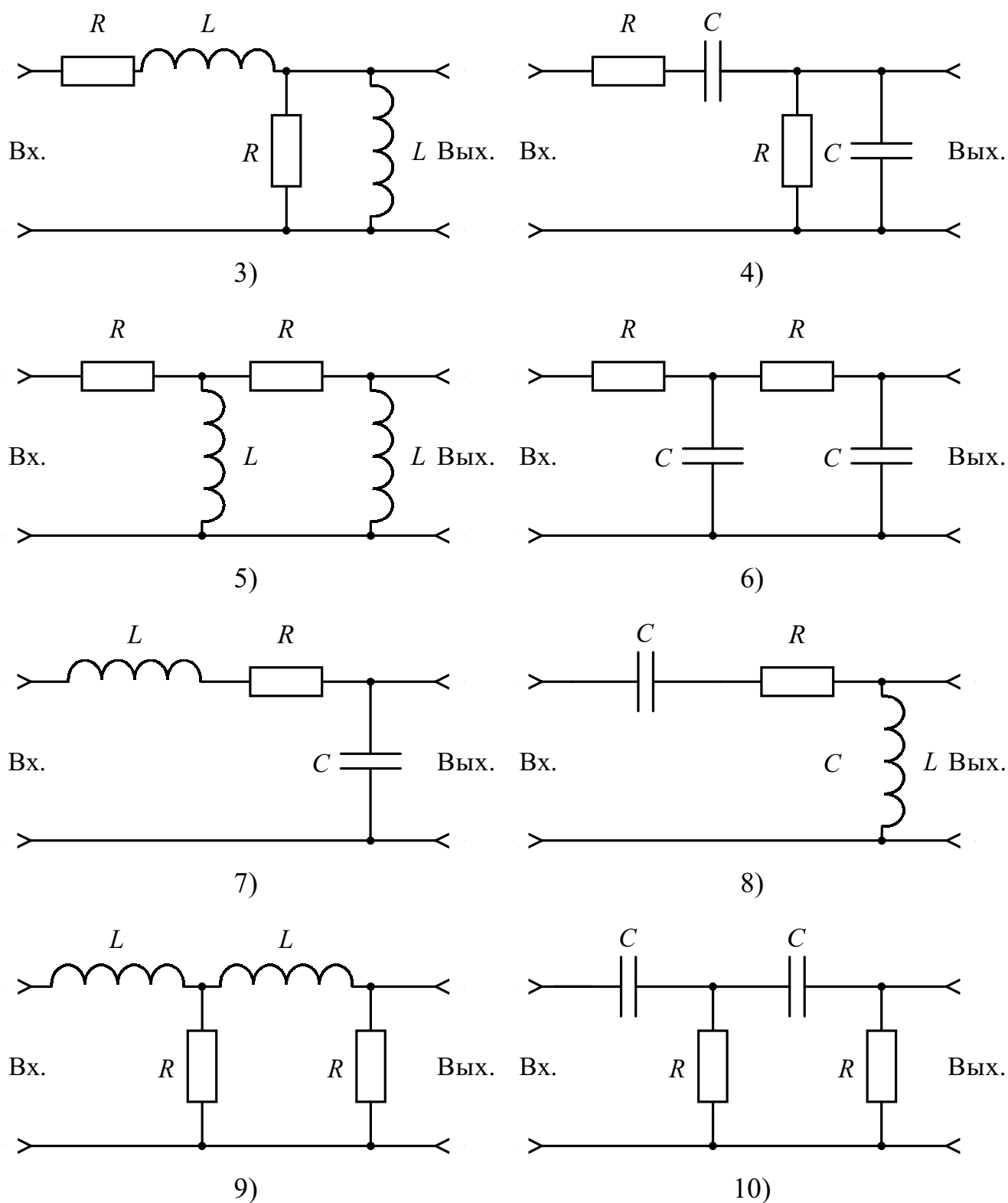


Рисунок 2.4 — Продолжение

2.2.5. Вопрос №3

Изложите методику определения основных характеристик случайного процесса на выходе линейной цепи (энергетический спектр, корреляционная функция, закон распределения).

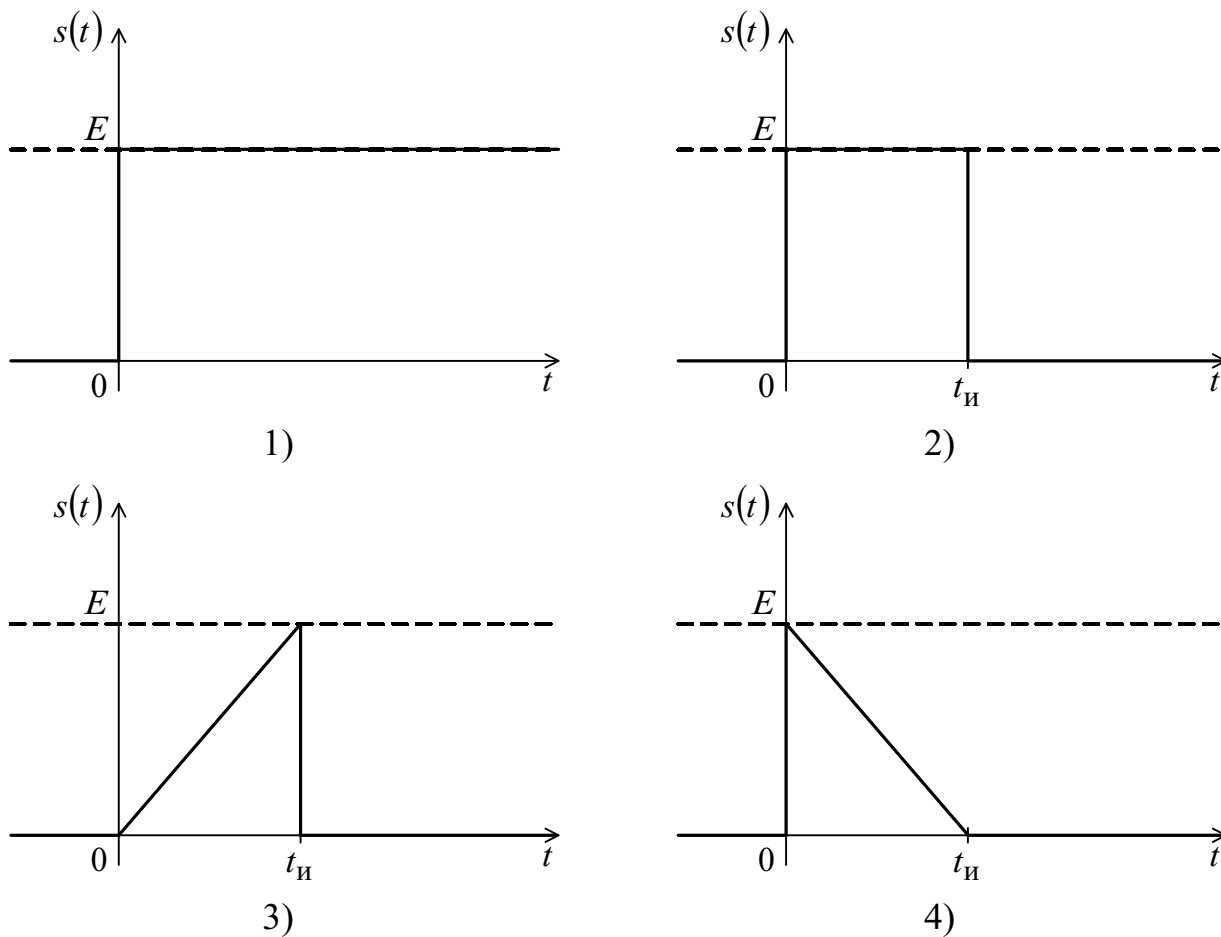


Рисунок 2.5 — Входные сигналы к задаче №2

2.2.6. Задача №3

На вход схемы из задачи №2 подан стационарный случайный процесс в виде белого шума с энергетическим спектром W_0 . Определить и построить энергетический спектр и корреляционную функцию выходного шума. Оценить интервал корреляции выходного процесса.

3. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

3.1. Контрольная работа №1

3.1.1. Ответ на *вопрос №1* можно найти в [1] на стр. 20 – 30, 36 – 42, в [2] на стр. 38 – 55 и в [3] на стр. 27 – 69. Следует обратить особое внимание на понятие спектральной плотности.

3.1.2. При решении *задачи №1* можно использовать материал, приведенный в [1] на стр. 23 – 27 и в [3] на стр. 30 – 33.

Теоретически спектр периодического сигнала определяется путем разложения его в ряд Фурье на интервале времени $(-\infty; +\infty)$:

$$s(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\omega_1 t + \theta_n), \quad (3.1)$$

где $a_0/2$ — постоянная составляющая;

$\omega_1 = 2\pi/T$ — круговая частота исходного сигнала;

T — период колебания;

a_n и b_n — коэффициенты разложения в ряд Фурье сигнала $s(t)$, причем:

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) \cos(n\omega_1 t) dt; \quad (3.2)$$

$$b_n = -\frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) \sin(n\omega_1 t) dt; \quad (3.3)$$

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \text{ — амплитуда } n\text{-ой гармоники}; \quad (3.4)$$

θ_n — начальная фаза n -ой гармоники, определяемая соотношением:

$$\theta_n = \arg(a_n + jb_n). \quad (3.5)$$

Оператор **arg** в формуле (3.5) означает взятие аргумента комплексного числа в диапазоне значений $\pm \pi$.

Зависимость амплитуд и начальных фаз гармоник спектра от частоты (включая постоянную составляющую) называют спектром амплитуд $A_n(\omega)$ и спектром начальных фаз $\theta_n(\omega)$ соответственно.

Подставляя конкретные значения в приведенные формулы, следует рассчитать спектр амплитуд и начальных фаз.

Решение задачи можно упростить, если воспользоваться понятием четности функции.

Если $s(t)$ четная функция, то из (3.3) следует, что $b_n = 0$. Тогда $a_0/2$, A_n и θ_n рассчитываются по более простым выражениям:

$$\frac{a_0}{2} = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} s(t) dt ; \quad (3.6)$$

$$A_n = |a_n| = \frac{4}{T} \left| \int_0^{T/2} s(t) \cos(n\omega_1 t) dt \right| ; \quad (3.7)$$

$$\theta_n = \begin{cases} 0, & \text{если } a_n > 0; \\ \pi, & \text{если } a_n < 0. \end{cases} \quad (3.8)$$

Если $s(t)$ — нечетная функция, то из (3.2) следует, что $a_n = 0$. Тогда

$$A_n = |b_n| = \frac{4}{T} \left| \int_0^{T/2} s(t) \sin(n\omega_1 t) dt \right| ; \quad (3.9)$$

$$\theta_n = \begin{cases} \pi/2, & \text{если } b_n > 0; \\ -\pi/2, & \text{если } b_n < 0. \end{cases} \quad (3.10)$$

Эффективная ширина спектра периодического сигнала — это полоса частот, в пределах которой сосредоточена основная часть (например, 90%) средней мощности этого сигнала. Сначала определяют среднюю мощность сигнала

$$P_{\text{ср}} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s^2(t) dt . \quad (3.11)$$

Средняя мощность, заключенная в составляющих спектра вплоть до k -ой гармоники, с учетом постоянной составляющей равна

$$P_k = \left(\frac{a_0}{2} \right)^2 + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^k (A_n)^2 . \quad (3.12)$$

Взяв отношение P_k и P_{cp} , определяют номер k , для которого $P_k/P_{cp} = 0,9$. Тогда эффективная ширина спектра будет равна

$$\Delta\omega_{эфф} = k \cdot \omega_1 \text{ или } \Delta f_{эфф} = k \cdot f_1 . \quad (3.13)$$

3.1.3. Решение *задачи №2* сводится к проведению прямого преобразования Фурье, которое и является спектральной плотностью сигнала $s(t)$

$$\underline{S}(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t)e^{-j\omega t} dt . \quad (3.14)$$

Решение можно упростить, если сначала переместить сигнал $s(t)$ вдоль оси времени таким образом, чтобы получить сигнал $s_1(t)$ в виде четной (сигналы 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 10), либо нечетной (сигналы 5, 9) функций времени.

Если $s_1(t)$ — четная функция времени то из (3.14) получаем

$$\underline{S}_1(j\omega) = A(\omega) = 2 \int_0^{\infty} s_1(t) \cos(\omega t) dt , \quad (3.15)$$

причем $\underline{S}_1(j\omega)$ — действительная функция частоты ω .

Если $s_1(t)$ — нечетная функция времени, то

$$\underline{S}_1(j\omega) = jB(\omega) = -2j \int_0^{\infty} s_1(t) \sin(\omega t) dt , \quad (3.16)$$

причем $\underline{S}_1(j\omega)$ — мнимая функция частоты ω .

Из (3.15) и (3.16) следует, что в этих случаях достаточно задавать сигнал $s_1(t)$ на интервале интегрирования от 0 до ∞ . Следует внимательно отнестись к аналитическому заданию функции $s_1(t)$ на данном интервале времени. В случае кусочно-непрерывных сигналов интегралы (3.15) и (3.16) разбиваются на сумму интегралов с соответствующими пределами интегрирования.

Далее следует построить друг под другом два графика: спектрограмму модуля и $|\underline{S}_1(j\omega)|$ и спектрограмму аргумента $\theta_1(\omega)$.

Далее следует переместить сигнал $s_1(t)$ в исходное положение. При этом модуль спектральной плотности не изменится $|\underline{S}(j\omega)| = |\underline{S}_1(j\omega)|$, а аргумент будет равен

$$\theta(\omega) = \theta_1(\omega) \pm \Delta t \omega , \quad (3.17)$$

где Δt — величина сдвига.

Знак «+» в формуле (3.17) берется, если $s_1(t)$ сдвигается в сторону опережения (влево), а знак «-» берется, если $s_1(t)$ сдвигается в сторону отставания (вправо).

Спектрограмму аргумента $\theta(\omega)$ следует построить на третьем графике под двумя предыдущими. Все три графика должны быть изображены в одном частотном масштабе.

В заключении определяется эффективная ширина спектра видеоимпульса. Следует рассчитать ее, используя энергетический критерий. Эффективная ширина спектра для сигналов с конечной энергией — это полоса частот, в пределах которой сосредоточена основная часть (90%) полной энергии сигнала. Сначала определяют полную энергию заданного сигнала по формуле

$$\mathcal{E} = \int_{-\infty}^{\infty} s^2(t) dt . \quad (3.18)$$

В соответствии с теоремой Парсеваля, энергия, сосредоточенная в полосе частот от 0 до ω_1 определяется соотношением

$$\mathcal{E}_{\Delta\omega} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\omega_1} |S(j\omega)|^2 d\omega . \quad (3.19)$$

Изменяя в последнем интеграле верхний предел ω_1 , добиваются выполнения соотношения $\mathcal{E}_{\Delta\omega}/\mathcal{E} = 0,9$. При этом эффективная ширина спектра будет равна

$$\Delta\omega_{\text{эф}} = \omega_1 . \quad (3.20)$$

3.1.4. Ответ на **вопрос №2** можно найти в [1] на стр. 72 – 91, в [2] на стр. 88 – 104 и в [3] на стр. 95 – 99. Следует обратить внимание на то, что тональная модуляция — простейший случай, при котором модулирующий сигнал представляет собой гармоническое колебание. Не забывайте о правиле построения спектра радиоимпульса, изложенного в [1] на стр. 80 и в [3] на стр. 100 – 101. В соответствии с этим правилом спектр радиоимпульса строится путем смещения спектра видеоимпульса в район частот $\pm \omega_0$.

3.1.5. Решение **задачи №3** не вызовет трудностей, если внимательно изучить материал, изложенный в [1] на стр. 76 – 81, в [2] на стр. 88 – 96 и в [3] на стр. 96 – 99.

Аналитическое выражение радиосигнала с тональной АМ следует записывать в канонической (общепринятой) форме

$$a(t) = A_0 [1 + M \cos(\Omega t + \nu)] \cos(\omega_0 t + \theta_0) . \quad (3.21)$$

Следует твердо усвоить, что спектр радиосигнала с амплитудной модуляцией

содержит только высокочастотные составляющие (несущее колебание и две боковых полосы) и не содержит в явном виде составляющих модулирующего сигнала. В случае тональной АМ две боковые полосы вырождаются в две боковые составляющие — верхнюю и нижнюю.

При построении векторной диаграммы радиосигнала с тональной АМ следует учитывать знаки начальных фаз несущего (θ_0) и модулирующего (ν) колебаний. За положительное направление отсчета фазового сдвига принимают направление против часовой стрелки. Обязательно следует на диаграмме указать направление вращения векторов! При этом необходимо учитывать, что вектор верхней боковой частоты всегда вращается против часовой стрелки, а вектор нижней боковой — по часовой стрелке.

В заключении следует определить мгновенные значения радиосигнала $a(t)$, и огибающей $A(t)$ при $t=0$, то есть $a(0)$ и $A(0)$. Эти величины легко определить из аналитического выражения (3.21), положив в нем $t=0$. Следует сравнить полученные значения с графическими на векторной диаграмме: длину суммарного вектора — $A(0)$ и его проекцию на горизонтальную ось — $a(0)$.

3.1.6. Перед решением *задачи №4* внимательно изучите материал, изложенный в [1] на стр. 84 – 88, либо в [2] на стр. 96 – 103, либо в [3] на стр. 103 – 110.

В общем виде сигнал с угловой модуляцией (УМ) можно записать в виде

$$a(t) = A_0 \cos[\psi(t)] , \quad (3.22)$$

где $\psi(t)$ — полная фаза радиосигнала.

Мгновенная частота и полная фаза радиосигнала связаны соотношениями:

$$\omega(t) = \frac{d\psi(t)}{dt} ; \quad \psi(t) = \int_0^t \omega(t) dt + \theta_0 . \quad (3.23)$$

При тональной модуляции модулирующий сигнал изменяется по закону

$$s(t) = S_0 \cos(\Omega t + \nu) , \quad (3.24)$$

где S_0 — амплитуда модулирующего сигнала.

В случае тональной ЧМ частота радиосигнала изменяется по закону модулирующего сигнала и в соответствии с (3.24) может быть записана в виде

$$\omega(t) = \omega_0 + \omega_d \cos(\Omega t + \nu) , \quad (3.25)$$

где ω_d — девиация частоты, определяемая соотношением

$$\omega_d = m\Omega . \quad (3.26)$$

При этом $\psi(t)$ в соответствии с (3.23) и (3.25), будет изменяться по закону

$$\psi(t) = \omega_0 t + m \sin(\Omega t + \nu) + \theta_0 . \quad (3.27)$$

Подстановка (3.27) в (3.22) дает аналитическое выражение для радиосигнала с тональной ЧМ

$$a(t) = A_0 \cos[\omega_0 t + m \sin(\Omega t + \nu) + \theta_0] . \quad (3.28)$$

В случае тональной ФМ полная фаза радиосигнала изменяется по закону модулирующего сигнала и в соответствии с (3.24) может быть записана в виде

$$\psi(t) = \omega_0 t + m \cos(\Omega t + \nu) + \theta_0 . \quad (3.29)$$

При этом $\omega(t)$, в соответствии с (3.23) и (3.29), будет изменяться по закону

$$\omega(t) = \omega_0 t - \omega_d \sin(\Omega t + \nu) . \quad (3.30)$$

Подстановка (3.29) в (3.22) дает аналитическое выражение для радиосигнала с тональной ЧМ

$$a(t) = A_0 \cos[\omega_0 t + m \cos(\Omega t + \nu) + \theta_0] . \quad (3.31)$$

Спектральное разложение радиосигнала с УМ имеет следующий вид

$$a(t) = A_0 J_0(m) \cos(\omega_0 t + \theta_0) + \sum_{n=1}^{\infty} A_0 J_n(m) \cos[(\omega_0 + n\Omega)t + n\nu + \theta_0] + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n A_0 J_n(m) \cos[(\omega_0 - n\Omega)t - n\nu + \theta_0] , \quad (3.32)$$

где $J_0(m)$, $J_n(m)$ — функции Бесселя 1-го рода от аргумента m , приведенные, например, в [2] на стр. 102.

Расчет функций Бесселя $(n+1)$ -го порядка может быть проведен по рекуррентной формуле

$$J_{n+1}(m) = 2nJ_n(m)/m - J_{n-1}(m) . \quad (3.33)$$

Из (3.32) следует, что амплитуды пар спектральных составляющих, включая несущее колебание, определяются выражением

$$U_n = A_0 |J_n(m)| . \quad (3.34)$$

На основании проведенных расчетов строится спектральная диаграмма и рассчитывается эффективная ширина спектра радиосигнала с УМ. Методика расчета эффективной ширины спектра изложена в пункте 3.1.2. Важно отметить, что с ростом индекса модуляции расширяется полоса частот, занимаемая сигналом. При больших индексах ($m > 5$) допустимо пренебречь всеми спектральными составляю-

щими с номерами $k > m + 1$. Отсюда следует приближенная оценка эффективной ширины спектра сигнала с УМ при больших индексах модуляции

$$\Delta\omega_{\text{эф}} \cong 2(m+1)\Omega . \quad (3.35)$$

Результат расчета эффективной ширины спектра не должен существенно отличаться от величины, полученной по приближенной формуле (3.35).

3.2. Контрольная работа №2

3.2.1. Ответ на *вопрос №1* можно найти в [1] на стр. 152 – 153, или в [2] на стр. 187 – 194, или в [3] на стр. 117 – 121.

3.2.2. Определение комплексного коэффициента передачи в *задаче №1* возможно двумя путями. Первый путь — это применение известного правила делителя напряжения. При этом цепь следует свести к простому делителю напряжения путем упрощения. Второй путь более предпочтителен, так как он универсален и позволяет решить задачу для любой цепи. При этом сначала определяется ток \dot{I} в интересующей ветви \underline{Z}_4 , считая известным напряжение $\dot{U}_{\text{вх}}$. Ток определяют любым из известных методов (например, методом узловых напряжений или методом контурных токов). Затем находят напряжение на выходе $\dot{U}_{\text{вых}} = \dot{I}\underline{Z}_4$. После этого определяют комплексный коэффициент передачи

$$K(j\omega) = \dot{U}_{\text{вых}} / \dot{U}_{\text{вх}} . \quad (3.36)$$

Выражение (3.36) представляют в виде

$$K(j\omega) = \frac{a + jb}{c + jd} . \quad (3.37)$$

После этого определяют модуль $K(\omega)$ и аргумент $\varphi(\omega)$ комплексного коэффициента передачи, которые и являются АЧХ и ФЧХ данной цепи:

$$K(\omega) = |K(j\omega)| ; \quad (3.38)$$

$$\varphi(\omega) = \arg[K(j\omega)] . \quad (3.39)$$

Следует рассчитать АЧХ и ФЧХ в диапазоне частот от 0 до ∞ . Результаты расчетов необходимо представить в виде графиков (друг под другом), выполненных в одном частотном масштабе. Для исключения ошибок при расчетах следует качественно предугадать ход кривых, рассмотрев эквивалентные схемы цепи при $\omega \rightarrow 0$ и $\omega \rightarrow \infty$.

В заключении следует сделать вывод о том, к какому классу устройств следует отнести данную цепь: фильтр верхних частот, фильтр нижних частот, полосовой

фильтр, заграждающий фильтр и др.

3.2.3. Ответ на *вопрос №2* можно найти в [1] на стр. 174 – 177, или в [2] стр. 203 – 218, или в [3] на стр. 132 – 135.

3.2.4. Рекомендуется решить *задачу №2* операторным методом. В этом случае предварительно требуется определить передаточную функцию цепи $K(p)$. Это целесообразно сделать, применив правило делителя напряжения, так как цепи достаточно просты.

Далее следует задать сигнал $s(t)$ аналитически на интервале времени от 0 до ∞ . Для сигналов, приведенных на рис. 2.5 (номера 2, 3, 4), удобно это сделать, представив их как сумму более простых сигналов:

$$s(t) = s_1(t) + s_2(t) \text{ — для сигнала 2;}$$

$$s(t) = s_1(t) + s_2(t) + s_3(t) \text{ — для сигналов 3, 4.}$$

В приведенных формулах принято следующее.

Для сигнала 2:

$s_1(t) = E \cdot 1(t)$ — скачек постоянного напряжения, возникающий в момент $t = 0$;

$s_2(t) = -E \cdot 1(t - t_{\text{н}})$ — обратный скачек постоянного напряжения, возникающий в момент $t = t_{\text{н}}$.

Для сигнала 3:

$s_1(t) = \frac{E}{t_{\text{н}}} t \cdot 1(t)$ — линейно-нарастающее напряжение, возникающее в момент $t = 0$;

$s_2(t) = -\frac{E}{t_{\text{н}}} (t - t_{\text{н}}) \cdot 1(t - t_{\text{н}})$ — линейно-убывающее напряжение, возникающее в момент $t = t_{\text{н}}$;

$s_3(t) = -E \cdot 1(t - t_{\text{н}})$ — обратный скачек постоянного напряжения, возникающее в момент $t = t_{\text{н}}$.

Для сигнала 4:

$s_1(t) = -\frac{E}{t_{\text{н}}} t \cdot 1(t)$ — линейно-убывающее напряжение, возникающее в момент $t = 0$;

$s_2(t) = E \cdot 1(t)$ — скачек постоянного напряжения, возникающее в момент $t = 0$;

$s_3(t) = \frac{E}{t_{\text{н}}} (t - t_{\text{н}}) \cdot 1(t - t_{\text{н}})$ — линейно-нарастающее напряжение, возникающее в момент $t = t_{\text{н}}$.

В приведенных выражениях $1(t)$ и $1(t - t_{\text{н}})$ — это единичные функции «включения» в момент времени $t = 0$ и $t = t_{\text{н}}$ соответственно.

Используя операторный метод и принцип суперпозиции, определяют реакцию системы на каждый из сигналов $s_1(t)$, $s_2(t)$, $s_3(t)$, а затем суммируют эти реакции. При этом следует учитывать, что сигналы $s_2(t)$, $s_3(t)$ появляются на входе с задержкой на время $t = t_{\text{н}}$, а значит и выходные реакции на эти сигналы будут задержаны на такое же время.

Постройте пунктиром графики реакций (откликов) цепи на $s_1(t)$, $s_2(t)$, $s_3(t)$, а суммарный выходной процесс — сплошной линией. Выполните расчеты для двух постоянных времени цепи.

3.2.5. Ответ на *вопрос №3* можно найти в [1] на стр. 202 – 203, 214 – 218, либо в [2] на стр. 247 – 256, либо в [3] на стр. 182 – 183

3.2.6. Для решения *задачи №3* следует сначала по рассчитанному в задаче №2 значению комплексного коэффициента передачи $K(j\omega)$ определить квадрат модуля $K^2(\omega)$ коэффициента передачи.

Энергетический спектр $W_y(\omega)$ выходного сигнала определяется по формуле

$$W_y(\omega) = W_x(\omega)K^2(\omega) = W_0K^2(\omega) . \quad (3.40)$$

Корреляционная функция выходного шума $B_y(\tau)$ определяется соотношением Винера-Хинчина

$$B_y(\tau) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} W_y(\omega) \cos(\omega\tau) d\omega .$$

Подставляя в это соотношение формулу (3.40), получаем

$$B_y(\tau) = \frac{W_0}{\pi} \int_0^{\infty} K^2(\omega) \cos(\omega\tau) d\omega . \quad (3.41)$$

Если взятие интеграла (3.41) вызывает трудности, то следует прибегнуть к численному интегрированию. При этом особое внимание следует уделить выбору верхнего предела интегрирования в (3.41), поскольку при численном интегрировании он не может быть бесконечным. Выбор этого предела следует осуществить, ограничивая энергетический спектр выходного процесса. Увеличивая ширину спектра, следует добиться малой изменчивости результата интегрирования. Это и будет свидетельствовать о правильности выбора верхнего предела.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы / И.С. Гоноровский. — М.: Радио и связь, 1986. — 512 с.
2. Баскаков С.И. Радиотехнические цепи и сигналы / С.И. Баскаков. — М.: Высш. шк., 1988. — 448 с.
3. Гимпилевич Ю.Б. Сигналы и процессы в радиотехнике: Учебное пособие для ВУЗов / Ю.Б. Гимпилевич: Ч.1. — Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2003. — 272 с.
4. Радиотехнические цепи и сигналы: Учебное пособие для ВУЗов / Д.В. Васильев, М.Р. Витоль, Ю.Н. Горшенков и др.; Под ред. К. А. Самойло. — М.: Радио и связь, 1982. — 528 с.